УДК 537.8

РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Меньшов Е. Н.

ФГБОУ ВО Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, e-mail: raynd2@rambler.ru

На основе калибровки Кулона выявлен новый вид электрического тока, обусловленного перемещением кулоновского электрического поля. Математически строго доказано, что этот ток, усредненный за период вращения электрона по стационарной орбите произвольной формы, приводит к компенсации электронного (конвекционного тока). Это означает, что в классическом приближении отсутствует физическая причина излучения электромагнитного поля зарядом, вращающимся на стационарной (замкнутой) орбите. Волновое уравнение для проекции векторного потенциала, усредненного за период вращения электрона, становится однородным. Такое уравнение описывает стационарный (в соответствии с исходными условиями задачи) свободный волновой процесс с собственной частотой колебания электромагнитного поля. Значение собственной частоты поля превышает частоту вращения электрона в такое число раз, которое обратно пропорционально значению постоянной тонкой структуры. Разработан метод решения этого однородного волнового уравнения, допускающего решение в форме решения стационарного уравнения Шредингера в центрально-симметричном силовом поле, которое в рамках классического подхода допускает дискретные орбиты, квантовые свойства атомной системы и устойчивость атома. Полученные результаты подводят физическое электромагнитное содержание под квантовые свойства микрообъектов и наводят на мысль о тесной связи электромагнитных волновых процессов с научно обоснованными волнами материи.

Ключевые слова: Калибровка Кулона, конвекционный ток, векторный потенциал, свободные колебания, уравнение Шредингера, постоянная тонкой структуры

EXPANDING THE CAPABILITIES OF THE CLASSICAL THEORY OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD

Menshov E. N.

Ulyanovsk state technical university, Ulyanovsk, e-mail: raynd2@rambler.ru

On the basis of Coulomb calibration, a new type of electric current was revealed, due to the movement of the Coulomb electric field. Mathematically, it has been strictly proved that this current, averaged over the period of rotation of the electron in a stationary orbit of an arbitrary form, leads to compensation for electronic (convection current). This means that in the classical approximation there is no physical reason for emitting the electromagnetic field with a charge rotating in a stationary (closed) orbit. The wave equation for the projection of the vector potential averaged over the rotation period of the electron becomes uniform. Such an equation describes a stationary (according to the initial conditions of the problem) free wave process with its own frequency of oscillation of the electromagnetic field. The value of the intrinsic field frequency exceeds the rotation speed of the electron by a number of times that is inversely proportional to the value of the constant thin structure. A method has been developed to solve this homogeneous wave equation, which allows a solution in the form of a solution of the stationary Schrödinger equation in a central symmetric force field, which, within the framework of the classical approach, allows discrete orbits, quantum properties of the atomic system and atom stability. The obtained results bring the physical electromagnetic content under the quantum properties of micro objects and suggest the close connection of electromagnetic wave processes with scientifically justified waves of matter.

Keywords: Coulomb calibration, convection current, vector potential, free oscillations, Schrodinger equation, fine structure constant

Введение. Классическая теория электромагнитного поля (ЭМП), базирующаяся на решениях системы уравнений Максвелла, предназначена для описания макрообъектов.

Система уравнений Максвелла решается относительно электродинамических потенциалов, которые связаны с силовыми характеристики электромагнитного поля:

$$\boldsymbol{B} = rot\boldsymbol{A}, \qquad \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - grad\, \varphi. \tag{1}$$

Характеристики поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ инвариантны по отношению к преобразованиям потенциалов, что позволяет наложить на потенциалы ЭМП дополнительные условия, предназначенные для устранения некоторого произвола для искусственно введенных потенциалов $\boldsymbol{A}$ и φ, а выбор типа калибровочных соотношений диктуется добством решаемой задачи.

В теории ЭМП используются два типа калибровочных соотношения [1]: калибровка Лоренца и кулоновская калибровка $div\boldsymbol{A} = 0$.

Кулоновская калибровка разделяет поле на две составляющие: поперечную, описываемую потенциалом $\boldsymbol{A}$**,** и продольную, описываемую потенциалом φ.

Уравнения для потенциалов в вакууме при кулоновской калибровке:

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \boldsymbol{J} + \frac{1}{c^2}\nabla\frac{\partial}{\partial t}\varphi \equiv -\mu_0 \boldsymbol{J_p}; \tag{2}$$

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \tag{3}$$

Скалярный потенциал φ определяется мгновенным распределением зарядов так, как будто заряды покоятся. Классические выражения для потенциала φ и продольного тока $\boldsymbol{J}_l$ соответственно представляются выражениями:

$$\varphi = \int \frac{\rho(\boldsymbol{r}', t)}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} d^3 r'; \tag{4}$$

$$\mu_0 \boldsymbol{J}_l = \frac{1}{c^2}\nabla\frac{\partial}{\partial t}\varphi = -\frac{1}{c^2}\int \frac{div'\boldsymbol{J}}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} d^3 r'. \tag{5}$$

В [2] утверждается, что в правой части (2) останется только результирующая – поперечная составляющая тока $\boldsymbol{J_p} = \boldsymbol{J} - \boldsymbol{J}_l$, которая не всегда очевидна.

Пусть источником ЭМП является движущийся со скоростью $\boldsymbol{v}_0 \ll \boldsymbol{c}$ точечный заряд $q = -e$ с объемной плотностью $\rho(\boldsymbol{R}) = q\delta(\boldsymbol{R})$, где $\delta(\boldsymbol{R})$ – дельта функция; $\boldsymbol{r} = x\,\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{r}_0 = x_0\boldsymbol{i} + y_0\boldsymbol{j}$ – радиус-векторы неподвижной точки и заряда в неподвижной системы отсчета; $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$ – вектор, соединяющий центр заряда с неподвижной точкой.

Выразим ток $\boldsymbol{J}_l$ через напряженность кулоновского поля $\boldsymbol{E}_\kappa = -\nabla\varphi$, то проявится природа продольного тока - *обусловлен движением кулоновского поля*:

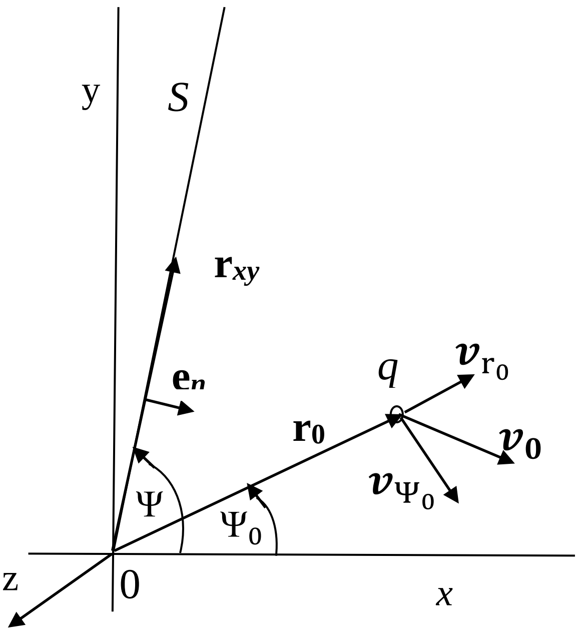
$$\boldsymbol{J}_l = -\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}_к(\boldsymbol{R})}{\partial t} = -\varepsilon_0 \left(\frac{\partial \boldsymbol{E}_к}{\partial X}\frac{dX}{dt} + \frac{\partial \boldsymbol{E}_к}{\partial Y}\frac{dY}{dt} + \frac{\partial \boldsymbol{E}_к}{\partial Z}\frac{dZ}{dt}\right) = \varepsilon_0 (\boldsymbol{v}_0 \nabla)\boldsymbol{E}_\kappa(\boldsymbol{R}); \tag{6}$$

$$X = x - x_0; \quad Y = y - y_0; \quad Z = z; \tag{7}$$

$$|\boldsymbol{R}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z)^2}; \tag{8}$$

$$\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = -\boldsymbol{v}_0 = -(v_{0x}\boldsymbol{i} + v_{0y}\boldsymbol{j}); \quad (\boldsymbol{v}_0 \nabla) = v_{0x}\frac{\partial}{\partial x} + v_{0y}\frac{\partial}{\partial y} = v_{0x}\frac{\partial}{\partial X} + v_{0y}\frac{\partial}{\partial Y}. \tag{9}$$

Цель исследования. Изучим свойства волнового уравнения (2) с током (6).



Метод интегрирования волнового уравнения векторного потенциала. Пусть (2) описывает поле электрона, вращающегося в центрально-симметричном электростатическом поле (рис 1), плоскость орбиты которого расположена в координатной плоскости OXY ($z_0 = 0$). Начало системы координат совместим с центром центрально-симметричного поля.

Рис. 1. Относительное мгновенное расположение электрического заряда q и неподвижной плоскости S в системе координат, где $\boldsymbol{e}_n$– единичный направляющий вектор плоскости, $\boldsymbol{v}_0$– вектор скорости заряда

Запишем формулы электронной плотности тока $\boldsymbol{J} = \rho\boldsymbol{v}_0 = q\boldsymbol{v}_0\delta(\boldsymbol{R})$ и электрической индукции кулоновского поля $\boldsymbol{D}_{\text{к}} = q\boldsymbol{R}/4\pi|\boldsymbol{R}|^3$. Учитывая в (6) выражения (8) и (9), получим:

$$\boldsymbol{J_p} = q\left[\boldsymbol{v}_0\delta(\boldsymbol{R}) - \frac{(\boldsymbol{v}_0\nabla)\boldsymbol{R}}{4\pi|\boldsymbol{R}|^3} + \frac{3\boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}_0\nabla)|\boldsymbol{R}|^2}{8\pi|\boldsymbol{R}|^5}\right] = q\left[\boldsymbol{v}_0\delta(\boldsymbol{R}) - \frac{\boldsymbol{v}_0}{4\pi|\boldsymbol{R}|^3} + \frac{3(\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}_0)\boldsymbol{R}}{4\pi|\boldsymbol{R}|^5}\right]. \qquad (10)$$

Распределения плотностей электронного $\boldsymbol{J}$ и кулоновского полевого $\boldsymbol{J}_l$ токов не тождественны, поэтому их воздействия можно оценивать по значениям силы тока. Для этого вычислим результирующую силу тока через неподвижную полуплоскость S (ток заряда, движущегося по замкнутой траектории, рассчитывается в одной точке пересечения траектории с поперечной плоскостью). Пусть полуплоскость перпендикулярна плоскости орбиты и проходит через ось z и неподвижный радиус вектор $\boldsymbol{r}$ (с азимутальной координатой ψ). Мгновенный ток, создаваемый одиночным орбитальным точечным зарядом, усредним за время T_0, равное периоду вращения. При этих условиях (2) будет иметь вид:

$$\langle\int_S \left(\nabla^2\boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}\right)\boldsymbol{e}_n dr_{xy}dz\rangle_{T_0} = -\mu_0\langle\int_S \boldsymbol{J_p}\,\boldsymbol{e}_n dr_{xy}dz\rangle_{T_0}, \qquad (11)$$

где символом $\langle\dots\rangle_{T_0}$ обозначен оператор усреднения по времени за период T_0, а пределы интегрирования соответственно равны: по r_{xy} $(0,\infty)$; по z $(-\infty,\infty)$, r_{xy} – проекция $\boldsymbol{r}$ на координатную плоскость OXY. Единичный нормальный к неподвижной плоскости S вектор $\boldsymbol{e}_n$ направим в сторону движения заряда q:

$$\boldsymbol{e}_n = \alpha_n\boldsymbol{i} + \beta_n\boldsymbol{j}; \qquad (\boldsymbol{r}\boldsymbol{e}_n) = x\alpha_n + y\beta_n = 0; \qquad x = -y\beta_n/\alpha_n; \qquad (12)$$

$$dx = -dy\beta_n/\alpha_n; \qquad dr_{xy} = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = dy/\alpha_n. \qquad (13)$$

Вычислим в три этапа правую часть уравнения (11) с учетом (10).

1) В первом слагаемом (10) с током $\boldsymbol{J} = q\boldsymbol{v}_0\delta(\boldsymbol{R})$ выразим $\delta(X)\,\delta(Y)$ в полярных координатах [], то $\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0) = r_{xy}^{-1}\delta(\psi-\psi_0)\delta(r_{xy}-r_0)\delta(z)$, где ψ_0, r_0 – полярные координаты заряда, то формула силы электронного тока примет вид:

$$I = \langle q\int\limits_S (\boldsymbol{v}_0\boldsymbol{e}_n)\frac{\delta(\psi-\psi_0)\delta(r_{xy}-r_0)\delta(z)dr_{xy}dz}{r_{xy}}\rangle_{T_0}$$

$$= \frac{q}{T_0}\int\limits_{t-0.5T_0}^{t+0.5T_0}\frac{\left(\{\boldsymbol{v}_{\psi_0}+\boldsymbol{v}_{r_0}\}\boldsymbol{e}_n\right)\delta\left(\psi_0-\psi\right)dt}{r_0} = \frac{q}{T_0}, \tag{14}$$

где учли: $\delta(l) = \delta(-l)$; $\left(\boldsymbol{v}_{\psi_0}\boldsymbol{e}_n\right) = v_{\psi_0}\cos(\psi_0 - 90° - \psi + 90°)$ согласно рис.1; $\left(\boldsymbol{v}_{r_0}\boldsymbol{e}_n\right) = v_{r_0}\cos\left(\psi_0-\psi+90°\right)$ и $v_{\psi_0} = \omega r_0$, $\omega dt = d\left(\psi_0-\psi\right)$, $v_{r_0} = dr_0/dt$;

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} cos(\psi_0-\psi)\delta\left(\psi_0-\psi\right)\omega dt = 1;\quad \int\limits_{-\pi}^{\pi} si\,\mathrm{n}\left(\psi-\psi_0\right)\delta\left(\psi_0-\psi\right)\left\{\frac{dr_0}{r_0 d\omega t}\right\}d\omega t = 0.$$

2) Силу тока от второго слагаемого (10) определим при помощи табличного интеграла [3, с. 92], использовав (13) и обозначив $\int_0^\infty (Ay^2+\mathrm{B}y+C)^{-1}dy = \Upsilon$:

$$I_{l1} = -\frac{q}{4\pi}\langle(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{v}_0)\int\limits_0^\infty dr_{xy}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dz}{[X^2+Y^2+z^2]^{\frac{3}{2}}}\rangle_{T_0} =$$

$$= -\frac{q}{2\pi\alpha_n}\langle(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{v}_0)\int\limits_0^\infty\frac{dy}{Ay^2+\mathrm{B}y+C}\rangle_{T_0} = -\frac{q}{2\pi\alpha_n}\langle(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{v}_0)\Upsilon\rangle_{T_0}, \tag{15}$$

Постоянные коэффициенты в (16) получены на основе (7) и (12):

$$A = \alpha_n^{-2};\ \mathrm{B} = 2\sqrt{A}\left(\beta_n x_0 - \alpha_n y_0\right) = -2\alpha_n^{-1}|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|;\ C = x_0^2+y_0^2 = r_0^2, \tag{16}$$

3) Силу тока от третьего слагаемого (10) определим при помощи табличных интегралов [3, с. 92; с. 36], (см. Приложение). Учитывая $(\boldsymbol{r}\boldsymbol{e}_n) = 0$ и в соответствии с (12) $(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v}_0) = y\left(\alpha_n v_{0y} - \beta_n v_{0x}\right)\alpha_n^{-1} = y|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|\alpha_n^{-1}$, получим:

$$I_{l2} = \frac{3q}{4\pi}\langle\int\limits_0^\infty dr_{xy}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{R})(\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}_0)dz}{[X^2+Y^2+z^2]^{\frac{5}{2}}}\rangle_{T_0} = -\frac{q}{\pi}\langle\int\limits_0^\infty\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v}_0)dy}{\alpha_n[X^2+Y^2]^2}\rangle_{T_0} +$$

$$+\frac{q}{\pi}\langle\int\limits_0^\infty\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)dy}{\alpha_n[X^2+Y^2]^2}\rangle_{T_0} = -\frac{q}{\pi\alpha_n^2}\langle\int\limits_0^\infty\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|y dy}{[Ay^2+\mathrm{B}y+C]^2}\rangle_{T_0} +$$

$$+\frac{q}{\pi\alpha_n}\langle\int\limits_0^\infty\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)dy}{[Ay^2+\mathrm{B}y+C]^2}\rangle_{T_0} = \frac{q}{\pi\alpha_n^2}\langle\frac{2|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}{\left(\mathrm{B}^2-4AC\right)}\rangle_{T_0} -$$

$$-\frac{q\mathrm{B}}{\pi\alpha_n^2}\langle\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|}{\left(\mathrm{B}^2-4AC\right)}\Upsilon\rangle_{T_0} + \frac{q}{\pi\alpha_n}\langle\frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)}{\left(4AC-\mathrm{B}^2\right)}\left(-\frac{\mathrm{B}}{C}+2A\Upsilon\right)\rangle_{T_0} =$$

$$= -\frac{q}{2\pi}\langle\frac{|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}\rangle_{T_0} - \frac{q}{2\pi\alpha_n}\langle\frac{|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0||\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}\Upsilon\rangle_{T_0} +$$

$$+\frac{q}{2\pi}\langle\frac{(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)r_0^2}\rangle_{T_0} + \frac{q}{2\pi\alpha_n}\langle\frac{(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}\Upsilon\rangle_{T_0}, \tag{16}$$

где в последних выражениях на основе (12), использовали следующее представление:

$$4AC - \mathrm{B}^2 = \frac{4\left[r_0^2 - \left(\alpha_n y_0 - \beta_n x_0\right)^2\right]}{\alpha_n^2} = \frac{4\left[\alpha_n x_0 + \beta_n y_0\right]^2}{\alpha_n^2} = \frac{4(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)^2}{\alpha_n^2}.$$

Обозначив ϑ угол между $\boldsymbol{e}_n$ и $\boldsymbol{r}_0$ и учтя следующие преобразования

$$\left\{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{v}_0) + \frac{|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0||\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}\right\} = \frac{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)\dfrac{d(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}{dt} + |\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|\dfrac{d|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|}{dt}}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)} =$$

$$= \frac{r_0\dfrac{dr_0}{dt}(cos^2\vartheta + sin^2\vartheta) - r_0^2 cos\vartheta sin\vartheta\left(\dfrac{d\vartheta}{dt} - \dfrac{d\vartheta}{dt}\right)}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)} = \frac{(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)},$$

сумма токов (15) и (16) примет следующий вид:

$$I_l = I_{l1} + I_{l2} = -\frac{q}{2\pi}\langle\frac{|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{v}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)}\rangle_{T_0} + \frac{q}{2\pi}\langle\frac{(\boldsymbol{r}_0\boldsymbol{v}_0)|\boldsymbol{e}_n\times\boldsymbol{r}_0|}{(\boldsymbol{e}_n\boldsymbol{r}_0)r_0^2}\rangle_{T_0} =$$

$$= -\frac{q}{2\pi T_0}\int\limits_{t-0.5T_0}^{t+0.5T_0}\left\{\frac{\dfrac{d(r_0 sin\vartheta)}{dt}}{r_0 cos\vartheta} - \frac{r_0\dfrac{dr_0}{dt}r_0 sin\vartheta}{r_0^3 cos\vartheta}\right\}dt = -\frac{q}{2\pi T_0}\int\limits_{\theta-\pi}^{\theta+\pi}\frac{d\vartheta}{dt}dt = -\frac{q}{T_0}. \tag{17}$$

На основе (14) и (17) результирующая сила тока $I_p = I - I_l = 0$.

Результаты. Получено важное научное положение, что усредненные за период движения заряда по замкнутой произвольной стационарной орбите электронный ток компенсируется кулоновским полевым током. Это означает то, что в классическом приближении отсутствует физическая причина излучения электромагнитной энергии зарядом, вращающимся на стационарной (замкнутой) орбите.

Поменяв порядок интегрирования, уравнение (11) относительно проекции векторного потенциала A_n на направление $\boldsymbol{e}_n$ примет следующий вид:

$$\int\limits_S \langle\left(\nabla^2\boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2}\right)\boldsymbol{e}_n\rangle_{T_0}\,dr_{xy}dz = \int\limits_S \langle\Box A_n\rangle_{T_0}dr_{xy}dz = 0. \tag{18}$$

В исследуемой задаче ЭМП поле слева и справа от плоскости орбиты симметрично, то отсутствие потока вектора $\langle\Box\boldsymbol{A}\rangle_{T_0}$(где $\Box$ – волновой оператор) через произвольную полуплоскость (нормальной к плоскости орбиты) возможно, если подынтегральное выражение (18) будет равно нулю. Поэтому в силу линейности оператора усреднения одно из решений (18) примет следующий вид:

$$\nabla^2 \langle A_n \rangle_{T_0} - \frac{1}{c^2} \langle \frac{\partial^2}{\partial t^2} A_n \rangle_{T_0} = 0. \quad (19)$$

Уравнение (19) – однородное волновое уравнение, в котором отсутствует источник воздействия, поэтому это уравнение описывает стационарный (в соответствии с исходными условиями задачи), но непринужденный волновой процесс ЭМП [4]. Такому условию соответствуют незатухающие колебания ЭМП с собственной частотой ω_c, которая физически связана с орбитальным движением электрона, но ω_c может не совпадать с частотой его вращения ω_0: положим связь

$$\omega_c = \eta \omega_0. \quad (20)$$

Задавая для $A_n(t,r)$ первообразную $F_n(t,r) = \int_0^t A_n(t,r)dt$, имеем $F_n^{'}(t,r) = A_n(t,r)$, на основе которого получим остальные производные:

$$\langle A_n \rangle_{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_{t-\frac{T_0}{2}}^{t+\frac{T_0}{2}} A_n(t,r)dt = \frac{F_n\left(t + \frac{T_0}{2}, r\right) - F_n(t - \frac{T_0}{2}, r)}{T_0}, \quad (21)$$

$$\langle \frac{\partial A_n}{\partial t} \rangle_{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_{t-\frac{T_0}{2}}^{t+\frac{T_0}{2}} \frac{\partial A_n(t,r)}{\partial t} dt = \frac{A_n\left(t + \frac{T_0}{2}, r\right) - A_n(t - \frac{T_0}{2}, r)}{T_0} =$$

$$= \frac{F_n^{'}\left(t + \frac{T_0}{2}, r\right) - F_n^{'}(t - \frac{T_0}{2}, r)}{T_0}. \quad (22)$$

Дифференцируя по времени (21) и подставляя (22), получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle A_n \rangle_{T_0} = \langle \frac{\partial A_n}{\partial t} \rangle_{T_0},$$

и аналогично

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \langle A_n \rangle_{T_0} = \langle \frac{\partial^2 A_n}{\partial t^2} \rangle_{T_0}. \quad (23)$$

Будем искать решения однородных уравнений (19) с учетом (21) и (23) в виде произведения двух комплексных функций:

$$\langle \dot{A}_n \rangle_{T_0} = \dot{A_{0n}}(\boldsymbol{r}) e^{j\omega_c t}, \quad (24)$$

тогда, подставив (24) в (23) и (19), получим

$$\nabla^2 \dot{A_{0n}}(\boldsymbol{r}) e^{j\omega_c t}) + \frac{\omega_c^2}{c^2} \dot{A_{0n}}(\boldsymbol{r}) e^{j\omega_c t}) = 0. \quad (25)$$

Для стационарного процесса достаточно в формулах усреднения (21) – (23) положить первый период обращения электрона вокруг ядра ($t = 0$). Поэтому волновое уравнение для усредненного стационарного процесса примет вид уравнения Гельмгольца [5]:

$$\nabla^2 \dot{A_{0n}}(\boldsymbol{r}) + \frac{\omega_c^2}{c^2}\dot{A_{0n}}(\boldsymbol{r}) = 0. \tag{26}$$

В случае круговой орбиты с радиусом r вращения электрона в центрально-симметричном силовом поле протона частота вращения описывается известной формулой $\omega_0 = \sqrt{2[W - U(r)]m_0^{-1}r^{-\mathbf{2}}}$, где W, $U(r)$ – соответственно полная и потенциальная энергии электрона, m_0 – его масса [6]. Запишем коэффициент в уравнении (26) с учетом (20) в следующем виде:

$$\frac{\omega_c^2}{c^2} = \frac{2m_0[W - U(r)]}{m_0^2 r^{\mathbf{2}} c^2 \eta^{-2}}. \tag{27}$$

Теперь потребуем, чтобы уравнение (26) удовлетворяло научно обоснованному условию – чтобы стационарные орбиты электрона были квантованы. Уравнение (26) с учетом (27) может удовлетворить этому требованию, если приравнять к постоянной *Планка* $\hbar = h/2\pi$ знаменатель выражения (27):

$$\sqrt{m_0^2 r^{\mathbf{2}} c^2 \eta^{-2}} = \hbar. \tag{28}$$

При условии (28) уравнение (26) по структуре становится полностью подобным стационарному уравнению *Шредингера* [6], решение которого в центрально-симметричном силовом поле для атома водорода широко известно и ему соответствует дискретный спектр полной энергии W электрона в центрально-симметричном поле протона. Поэтому решение однородного уравнения (26) – (28) в сферическом базисе принимает аналогичный вид

$$\dot{A_n}(\boldsymbol{r}) = C_n R(r) Y(\varphi, \theta), \tag{29}$$

где C_n– нормировочный коэффициент, $R(r)$– радиальная функция, $Y(\varphi, \theta)$– сферическая функция.

Решению (29) соответствует дискретный спектр собственных частот (27) колебаний ЭМП. Выражая радиусы r_n дискретных орбит электрона через радиус *Бора* $r_Б$: $r_n = n^2 r_Б = n^2 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 m_0^{-1} e^{-2}$ (n – номер стационарной орбиты, ε_0 – электрическая постоянная) и, подставляя в (28), раскрываем физическое содержание введенного в (20) коэффициента связи

$$\eta = \frac{n^2}{\alpha}; \qquad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}, \tag{30}$$

где α – совпадает с постоянной тонкой структуры, а $r/\eta = \alpha r_Б = const$ [6]. Далее из (27) – (29) с учетом выражения $[W_n - U_n] = 0.5n^{-2}\alpha^2 m_0 c^2$ собственные частоты колебаний ЭМП в атоме определяются формулой: $\omega_{cn} = \alpha^{-1} n^2 \omega_{0n} = c r_Б^{-1} n^{-1}$.

Так как $\alpha^{-1} \cong 137.036$ иррациональное число, то $\omega_{cn} T_{0n} = (\alpha n)^{-1} \omega_{0n} T_{0n} = \frac{2\pi \times 137 + 0.226}{n} \neq 2\pi N$, где N- целое число, то при исходных допущениях $\langle \dot{A}_n \rangle_{T_0} \neq 0$.

Заключение.

1. К существующим понятиям (электронный ток и ток смещения) добавлен еще один вид тока, обусловленного перемещением кулоновского электрического поля (назовем кулоновским полевым током).

2. Для движущихся электрических зарядов (электронов) по стационарным замкнутым орбитам произвольной формы (окружность, эллипс) в среднем за период вращения электронный ток каждого заряда компенсируется кулоновским полевым током. Это означает, что в классическом приближении раскрыта физическая причина отсутствия излучения электромагнитной энергии вращающимися электронами в атоме [7].

3. Усредненное за время одного оборота волновое уравнение относительно проекции векторного потенциала на нормаль к неподвижной полуплоскости становится однородным и допускает решение, подобное решению стационарного уравнения Шредингера для атома водорода. Это означает, что классическое приближение разрешает движение электрона в центрально-симметричном силовом поле только по дискретным орбитам: квантование орбит.

Приложение. Значения интегралов, проверенных дифференцированием их неопределенных интегралов [3, с. 92 №17 и №9; с. 36 №22 и №17]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{[D^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} = \left.\frac{z}{D^2[X^2+Y^2+z^2]^{\frac{1}{2}}}\right|_{-\infty}^{\infty} = \frac{2}{D^2},$$

$$D^2 = X^2+Y^2 = Ay^2+\text{B}y+C$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{[D^2\ +z^2]^{\frac{5}{2}}} = \frac{z}{3D^2}\left.\left[\frac{1}{(D^2\ +z^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{2}{D^2\,(D^2\ +z^2)^{\frac{1}{2}}}\right]\right|_{-\infty}^{\infty} = \frac{4}{3(D^2\,)^2}$$

$$\int_{0}^{\infty} \frac{ydy}{[Ay^2+\text{B}y+C]^2} = \frac{1}{(\text{B}^2-4AC)}\left[\left.\frac{\text{B}y+2C}{Ay^2+\text{B}y+C}\right|_0^{\infty}+\text{BY}\right]$$

$$\int_{0}^{\infty} \frac{dy}{[Ay^2+\text{B}y+C]^2} = \frac{1}{(4AC-\text{B}^2)}\left[\left.\frac{2Ay+\text{B}}{Ay^2+\text{B}y+C}\right|_0^{\infty}+2A\text{Y}\right]$$

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 2012. 536 с.
2. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М., 1965. 702 с.
3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М., 1981. 800 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М., 2014. 701 с.
5. Белавин А., Кулаков А., Тарнопольский Г. Лекции по теоретической физике. М., 2015. 251 с.
6. Барабанов А.Л. Квантовая механика: конспект лекций. М., 2015. 187 с.
7. Меньшов Е.Н. Роль кулоновской калибровки в классической теории электромагнитного поля. Деп. в ВИНИТИ 27.06.2019, №46 – В2019. 12 с.